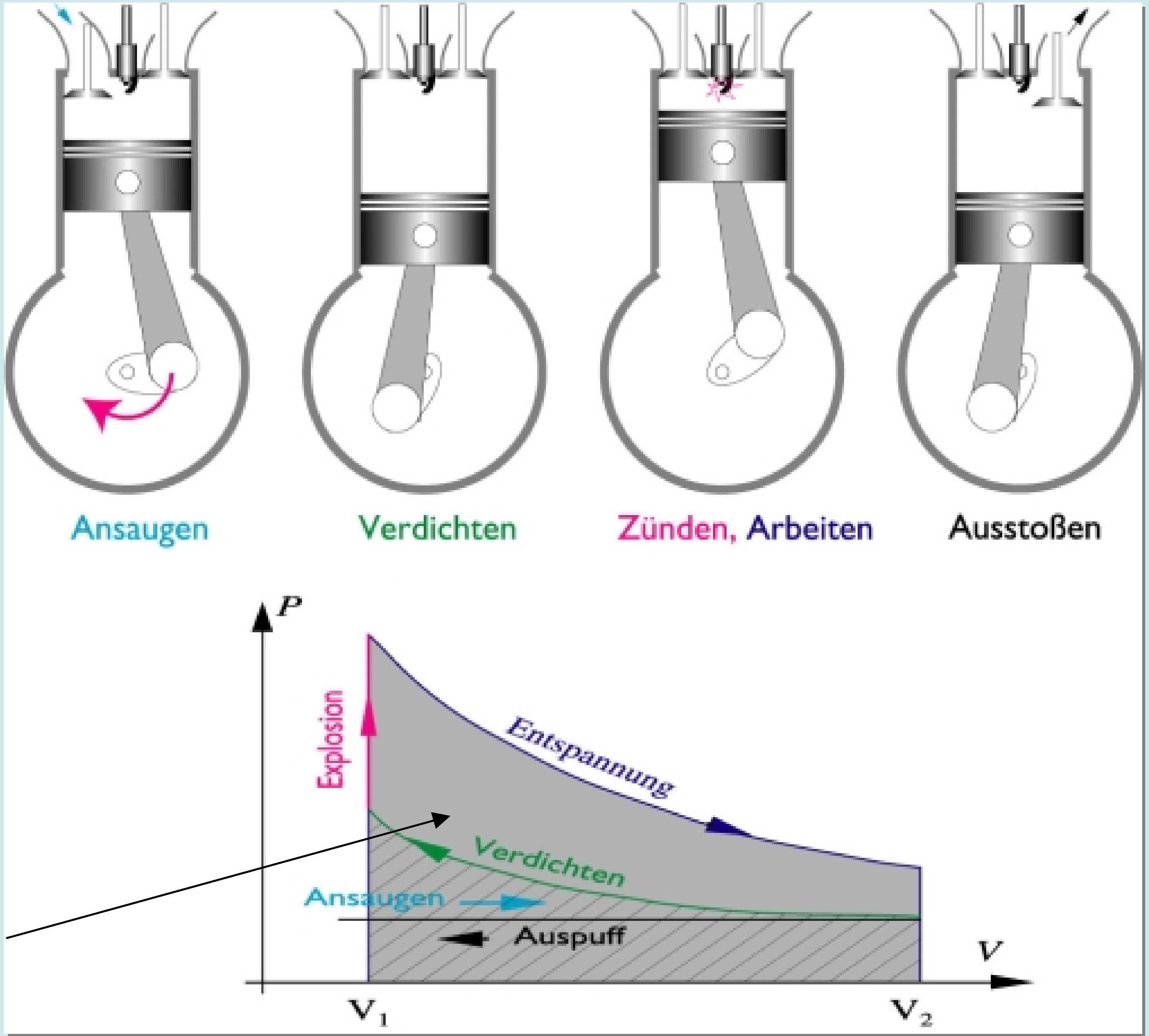
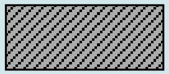
3.6 Kreisprozesse

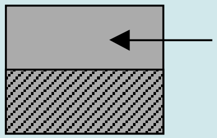
System durchläuft eine Folge von Zustandsänderungen im pV-Diagramm, so dass Anfangszustand = Endzustand.
Bsp: 4-Takt **Ottomotor**



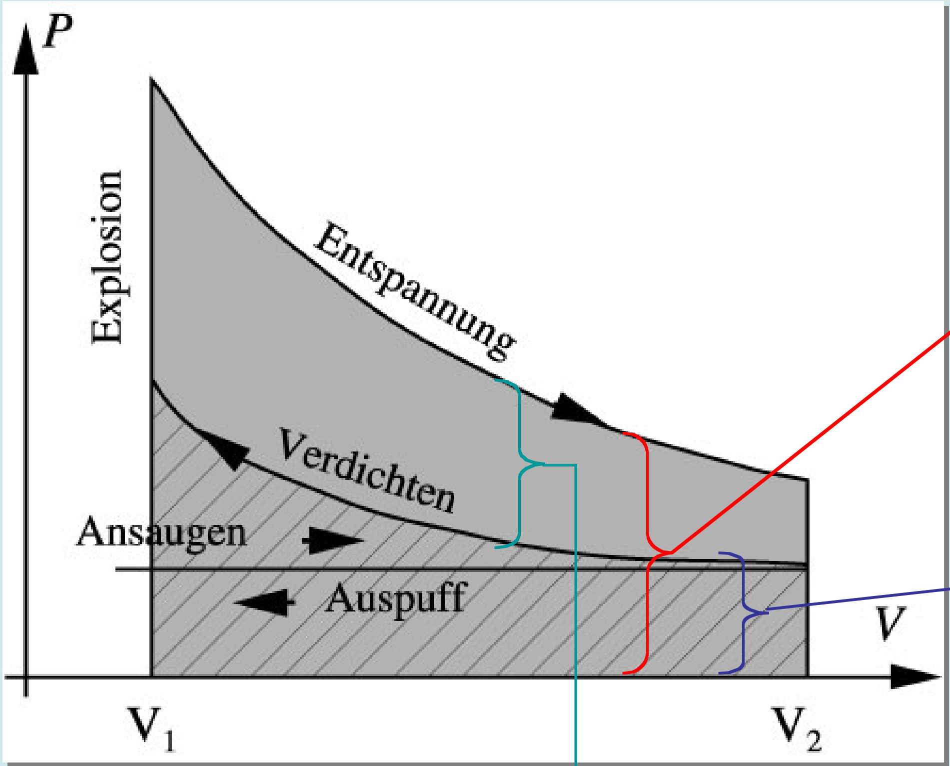
Die eingesetzten nutzbaren Energien/Arbeiten ergeben sich wieder aus den jeweiligen Flächen unter den Kurven:


bei der Entspannung geleistete Arbeit


bei der Kompression verbrauchte Arbeit


abgegebene Arbeit

Wirkungsweise des Ottomotors – quantitativ



1) Geleistete Arbeit des Gases bei der Entspannung:

$$W_1 = \int_{V_1}^{V_2} p_{Entsp.}(V)dV > 0$$

2) Aufzuwendende Arbeit am Gas bei der Kompression:

$$W_2 = \int_{V_2}^{V_1} p_{Verd.}(V)dV = -\int_{V_1}^{V_2} p_{Verd.}(V)dV < 0$$

3) Effektiv geleistete (nutzbare) Arbeit:

$$W = W_1 + W_2 \qquad \text{wenn } p_{Entsp.} > p_{Verd.}$$

Der von der Arbeitskurve eines Kreisprozesses umschlossene Flächeninhalt stellt die während des Arbeitszyklus gewonnene Arbeit dar.

Energieerhaltung: Die gewonnene Arbeit ist die Differenz zweier Wärmemengen

$$W = W_1 + W_2 = |W_1| - |W_2| = |Q_w| - |Q_k|$$

Q_w wird dem Motor zugeführt
Q_k wird vom Motor abgegeben

Wirkungsgrad

Definiere den Wirkungsgrad η als

$$\boxed{\eta =} \frac{\text{Effektivarbeit}}{\text{Zugeführte Wärme}} = \frac{|W|}{|Q_w|} = \frac{|Q_w| - |Q_k|}{|Q_w|} = \boxed{1 - \frac{|Q_k|}{|Q_w|}}$$

Ziel: $\eta \longrightarrow 1$

<u>Beachte:</u>

Kreisprozess des Ottomotors wurde „rechtssinnig“ durchlaufen, d.h.

- Expansion bei hohem mittleren Druck
- Kompression bei niedrigem mittleren Druck

$W_{\text{netto}} = \int p_{\text{exp}} \cdot dV - \int p_{\text{kompr}} \cdot dV > 0 \Longrightarrow$ der Motor leistet insgesamt mechanische Arbeit

Rechts- und Linksläufige Kreisprozesse

Beachte:

Kreisprozess des Ottomotors wurde „rechtsläufig“ durchlaufen, d.h.

- Expansion bei hohem mittleren Druck
- Kompression bei niedrigem mittleren Druck

$W = \oint p \cdot dV > 0 \Longrightarrow$ der Motor leistet mechanische Arbeit

Umkehrung der Laufrichtung desselben Kreisprozesses („linksläufig“):

- Kompression bei hohem mittleren Druck
- Expansion bei niedrigem mittleren Druck

$W' = \oint p \cdot dV = -\oint p \cdot dV < 0 = -W \Longrightarrow$ Betrieb des Motors erfordert mechanische Arbeit.

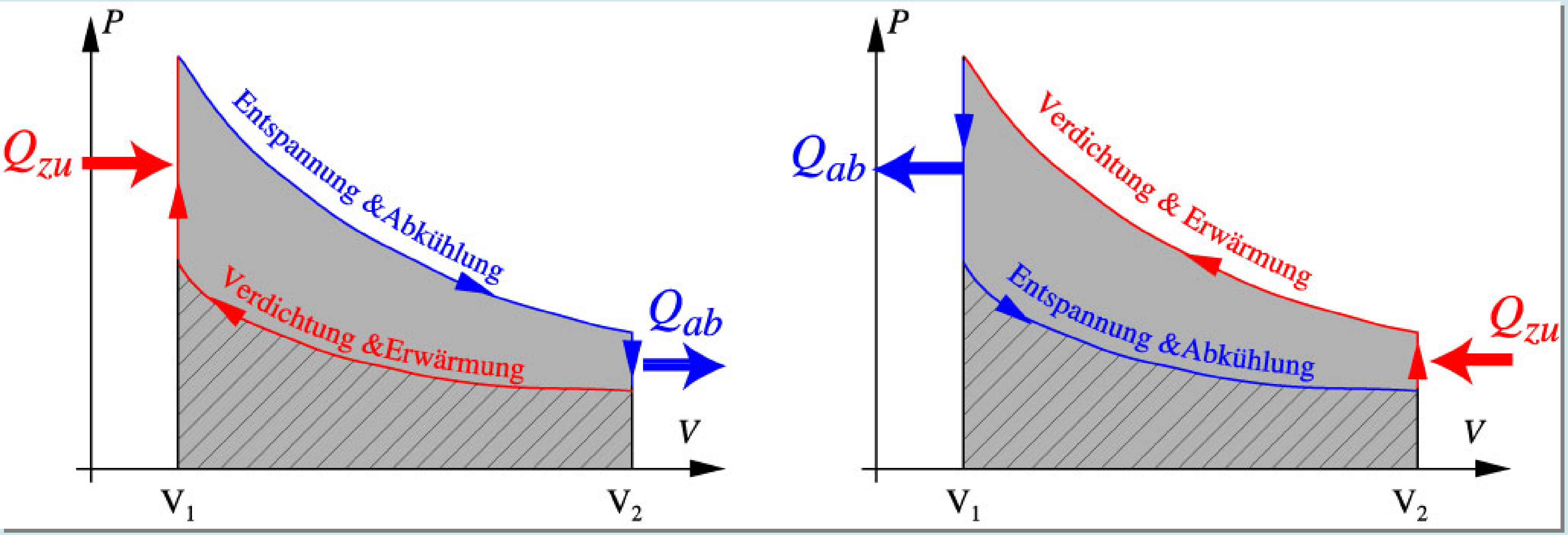
Was geschieht dabei ? Wofür wird die mechanische Energie verbraucht ?

Antwort: Wärme wird einem kalten Medium entzogen und auf ein wärmeres Medium übertragen.

Vergleich rechts- und linksläufig

rechtsläufig

linksläufig



Umwandlung von Wärmeenergie in mechanische Arbeit

Wärmekraftmaschine

Umwandlung von mechanische Arbeit in Wärmeenergie

Kältemaschine, Wärmepumpe

Vgl. Rechts- & linksläufige Kreisprozesse

Umlaufsinn	rechtsläufig	linksläufig
Wärmefluss	Wärme wird bei hoher Temperatur aufgenommen und bei tiefer Temp. abgegeben	Wärme wird bei tiefer Temperatur aufgenommen und bei hoher Temp. abgegeben
mechanische Arbeit	Differenz von zu- und abgeführter Wärme wird als mechanische Nutzarbeit abgegeben	Differenz von ab- und zugeführter Wärme wird als mechanische Arbeit zugeführt
Beispiele	Verbrennungsmotor, Wärmekraftmaschine	Kältemaschine, Wärmepumpe

Carnotscher Kreisprozesse

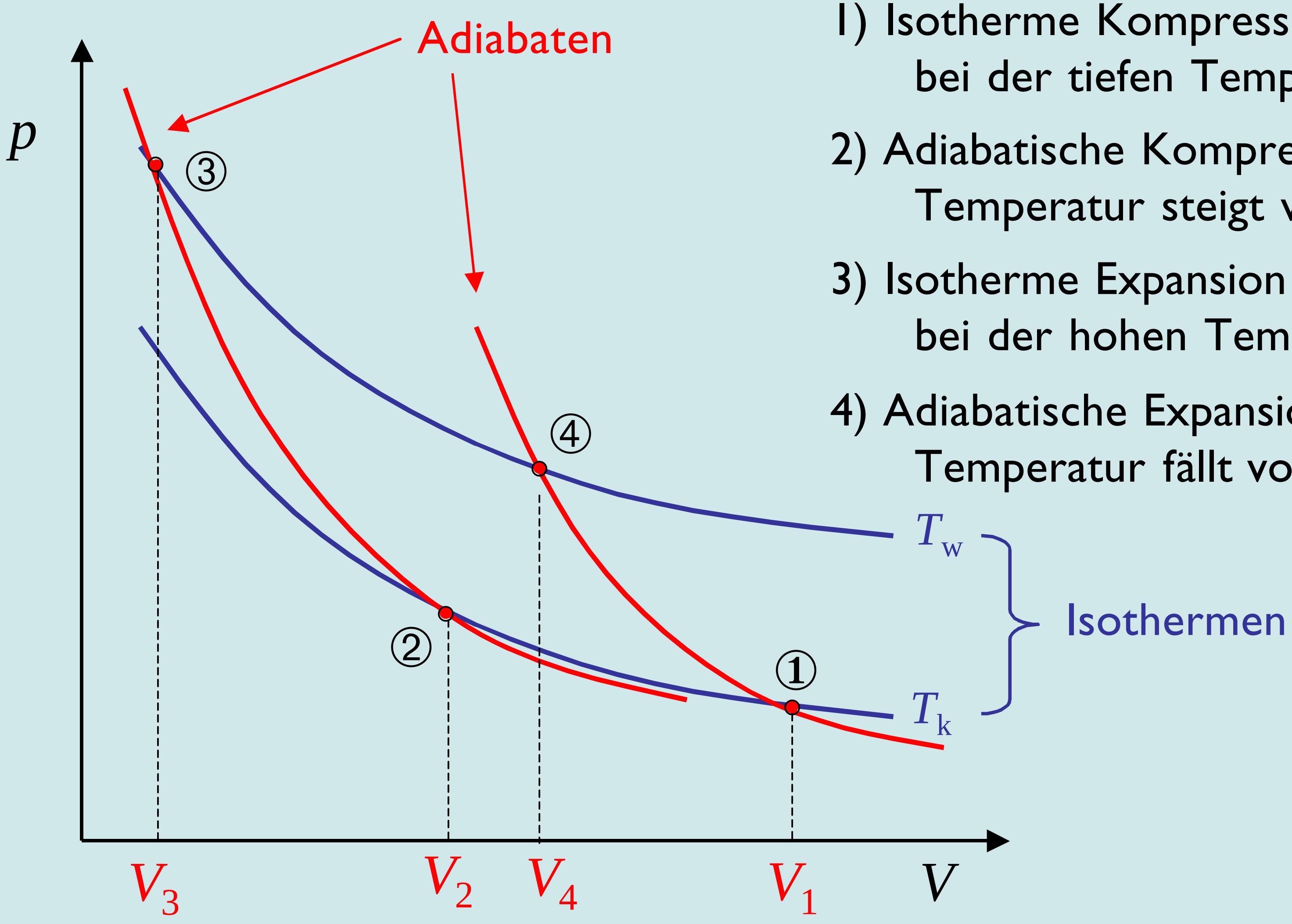
Idee: Konstruktion einer periodisch arbeitenden Maschine, mit der man einem Wärmebad Energie entnimmt, um sie in mechanische Arbeit umzuwandeln.

Adiabatische Prozesse allein erbringen keine Nutzarbeit (Fläche im pV-Diagramm = 0)

Lösung: Abwechselnd isotherme und adiabatische Prozessführung für Kreisprozess mit maximalem Wirkungsgrad

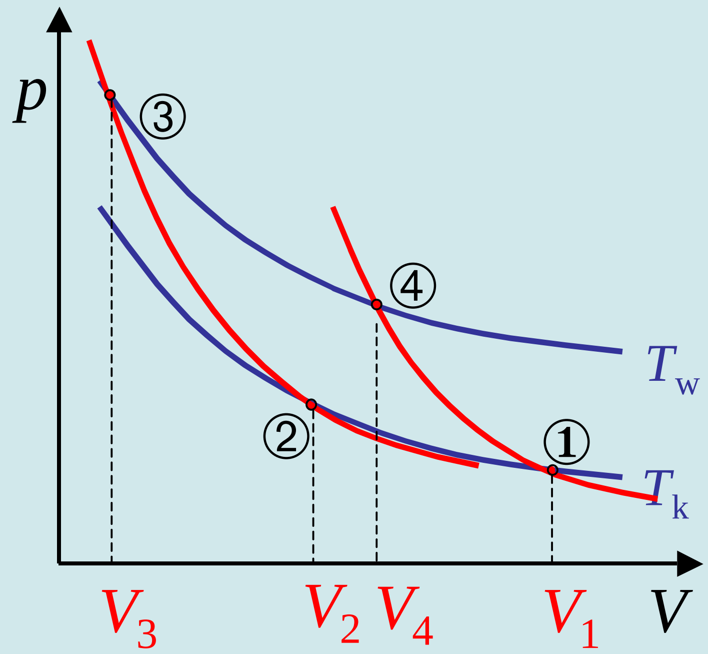
(S. Carnot, 1824)

Carnotscher Kreisprozess: *pV*-Diagramm



1) Isotherme Kompression von V_1 auf V_2 bei der tiefen Temperatur T_k
2) Adiabatische Kompression von V_2 auf V_3 Temperatur steigt von T_k auf T_w
3) Isotherme Expansion von V_3 auf V_4 bei der hohen Temperatur T_w
4) Adiabatische Expansion von V_4 auf V_1 Temperatur fällt von T_w auf T_k

Carnotscher Kreisprozess: *Arbeitszyklen (I)*



1→2: Isotherme Kompression:

Dem Gas wird mechanische Arbeit zugeführt;

$$W_{1,2} = m \cdot R_s \cdot T_k \cdot \ln \frac{V_2}{V_1} < 0$$

Die entsprechende Wärmemenge wird dabei an das Reservoir T_k abgegeben:

$$Q_k = -W_{1,2} = m \cdot R_s \cdot T_k \cdot \ln \frac{V_1}{V_2} > 0$$

3→4: Isotherme Expansion:

Gas verrichtet mechanische Arbeit;

$$W_{3,4} = m \cdot R_s \cdot T_w \cdot \ln \frac{V_4}{V_3} > 0$$

Die entsprechende Energie wird dem Reservoir T_w als Wärme entzogen:

$$Q_w = -W_{3,4} = m \cdot R_s \cdot T_w \cdot \ln \frac{V_3}{V_4} < 0$$

$$\Rightarrow \quad \frac{|Q_k|}{|Q_w|} = \frac{T_k \cdot \ln(V_1/V_2)}{T_w \cdot \ln(V_4/V_3)}$$

Carnotscher Kreisprozess: *Arbeitszyklen (2)*

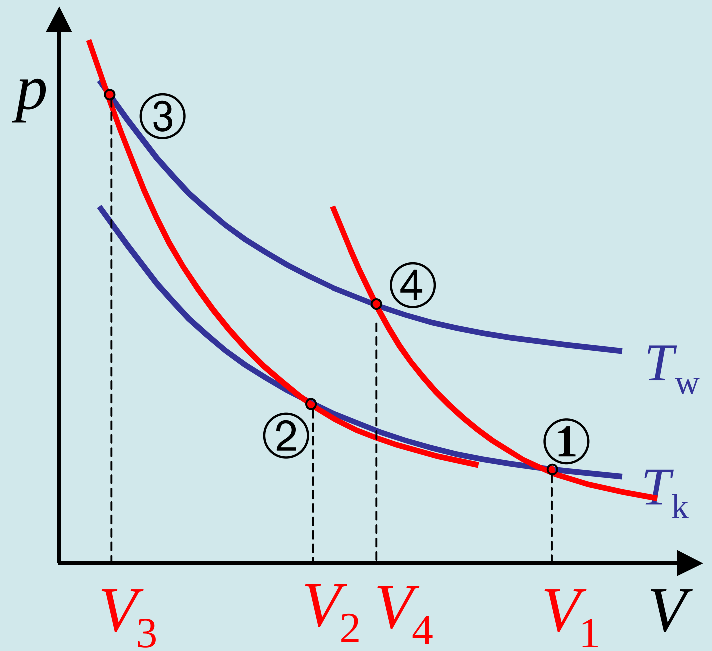
2→3: Adiabatische Kompression:

kein Kontakt mit dem Wärmebad; $\Delta Q=0$

$$\frac{T_k}{T_w} = \left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\kappa-1} \qquad \text{(1. Poisson-Gl.)}$$

an dem Gas wird mechanische Arbeit geleistet:

$$W_{2,3} = m \cdot c_v \cdot (T_k - T_w) < 0$$



4→1: Adiabatische Expansion:

$$\frac{T_w}{T_k} = \left(\frac{V_1}{V_4}\right)^{\kappa-1}$$

Das Gas leistet mechanische Arbeit:

$$W_{4,1} = m \cdot c_v \cdot (T_w - T_k) > 0$$

Adiabatische Prozesse:

$$\frac{V_1}{V_4} = \frac{V_2}{V_3} \; ; \; \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_4}{V_3}$$

Isotherme Prozesse:

$$\frac{|Q_k|}{|Q_w|} = \frac{T_k \cdot \ln(V_1/V_2)}{T_w \cdot \ln(V_4/V_3)}$$

$$\rightarrow \frac{|Q_k|}{|Q_w|} = \frac{T_k}{T_w}$$

$$\Rightarrow \boxed{\eta} = 1 - \frac{|Q_k|}{|Q_w|} \boxed{= 1 - \frac{T_k}{T_w}}$$

Carnotsche Wirkungsgrad

Carnotscher Wirkungsgrad

$$\eta_C = 1 - \frac{T_k}{T_w}$$

ist der maximale theoretische Wirkungsgrad;
(alle Prozesse laufen reversibel ab!)
in der Praxis ist η stets (viel) kleiner

Ziel ist es daher, T_k zu minimieren und
T_w zu maximieren.

Das Verhältnis $\eta_r = \dfrac{\eta}{\eta_C}$ heißt relativer Wirkungsgrad

---

<u>Bsp:</u> Eine Dampfmaschine arbeitet mit einem heißen Reservoir bei 100 °C und einem kalten bei 20 °C. Wie hoch kann der Wirkungsgrad maximal sein ?

$$\eta_C = \eta_{\max} = 1 - \frac{T_k}{T_w} = 1 - \frac{293}{373} = 0.214$$

Verbesserung wäre durch Druckerhöhung möglich: Bsp: 10 bar → T_{Siede}=180 °C

$$\Rightarrow \quad \eta_C = 1 - \frac{293}{453} = 0.35$$

Praxis: 10- 15 %

Leistungszahl einer Wärmepumpe:

... ist eine dimensionslose Größe, die das Verhältnis der an das heiße System abgegebenen Wärme zu aufgewandter mechanischer Arbeit beschreibt:

$$\varepsilon_W = \frac{|Q_{abgeg.}|}{W_{aufgew.}}$$

Speziell im Carnot-Prozess: $\varepsilon_{W,C} = \frac{1}{\eta_C} = \frac{T_w}{T_w - T_k} > 1$

Vgl.: Wärmekraftmaschine

$$\eta = \frac{W_{abgegeben}}{|Q_{aufgew.}|}$$

Leistungszahl einer Kältemaschine:

... nur technischer Unterschied; beschreibt das Verhältnis der dem kalten System entzogenen Wärme zu aufgewandter mechanischer Arbeit:

$$\varepsilon_K = \frac{|Q_{entzogen}|}{W_{aufgew.}}$$

Speziell im Carnot-Prozess: $\varepsilon_{K,C} = \frac{T_k}{T_w - T_k} > 1$

Beachte:

$\varepsilon_{W,K}$ umso größer je <u>kleiner</u> die Temperaturdifferenz !

Ein Beispiel...

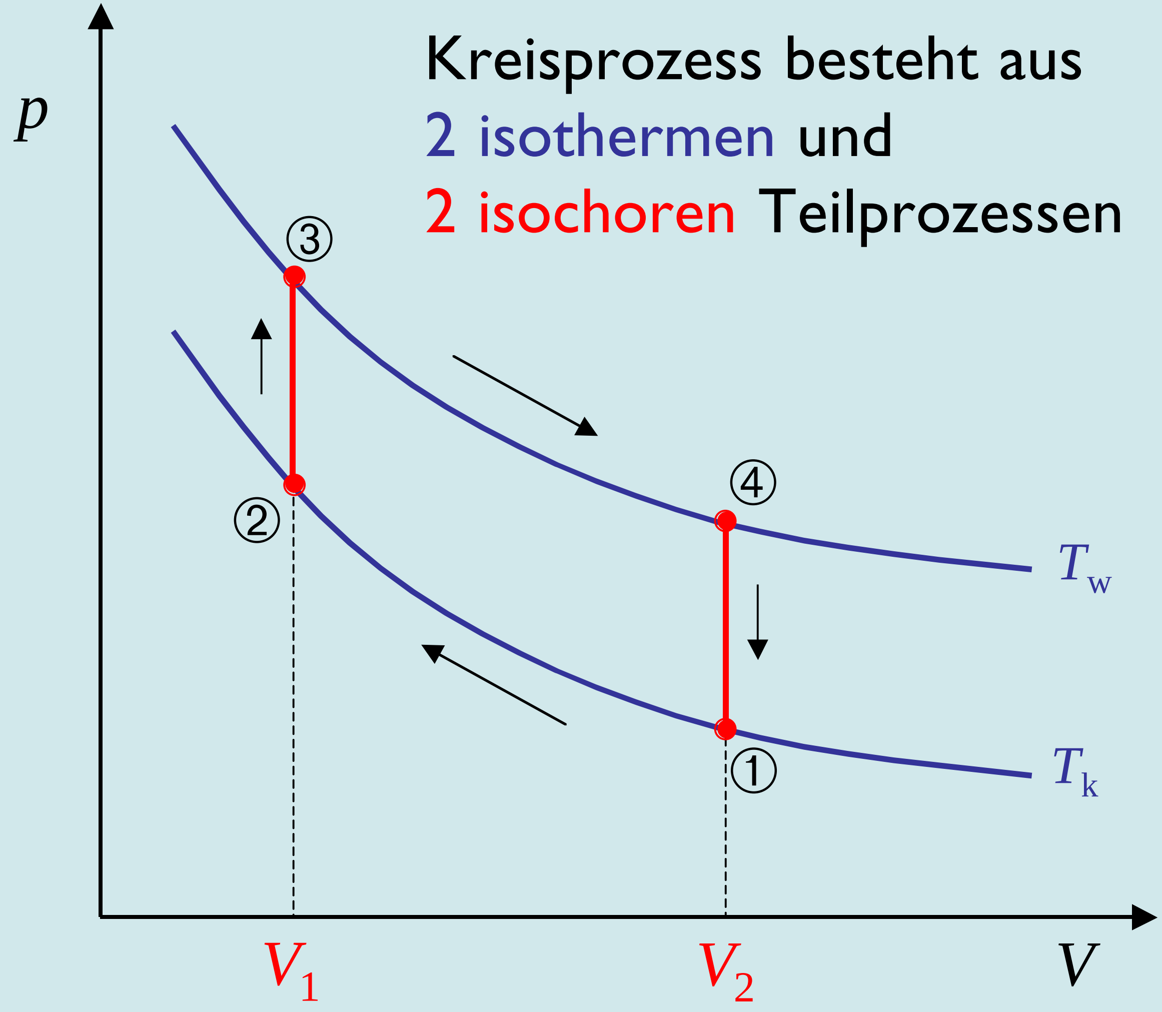
Welche Heizleistung P_{Heiz} kann eine Wärmepumpe bei T_w=50 °C liefern, wenn das Kältebad eine Temperatur von T_k=5 °C hat und die elektrische Pumpleistung P_{el} (100 % Wirkungsgrad) 1 kW beträgt?

Leistungszahl: $$\varepsilon_{W,C} = \frac{T_w}{T_w - T_k} = \frac{323}{323-278} = 7.177$$

$$P_{Heiz} = P_{el} \cdot \varepsilon_{W,C} = 1\ \text{kW} \times 7.177 = 7.177\ \text{kW}$$

In der Praxis aber niedriger!

Stirling-Prozess; Stirlingmotor



Kreisprozess besteht aus
2 isothermen und
2 isochoren Teilprozessen

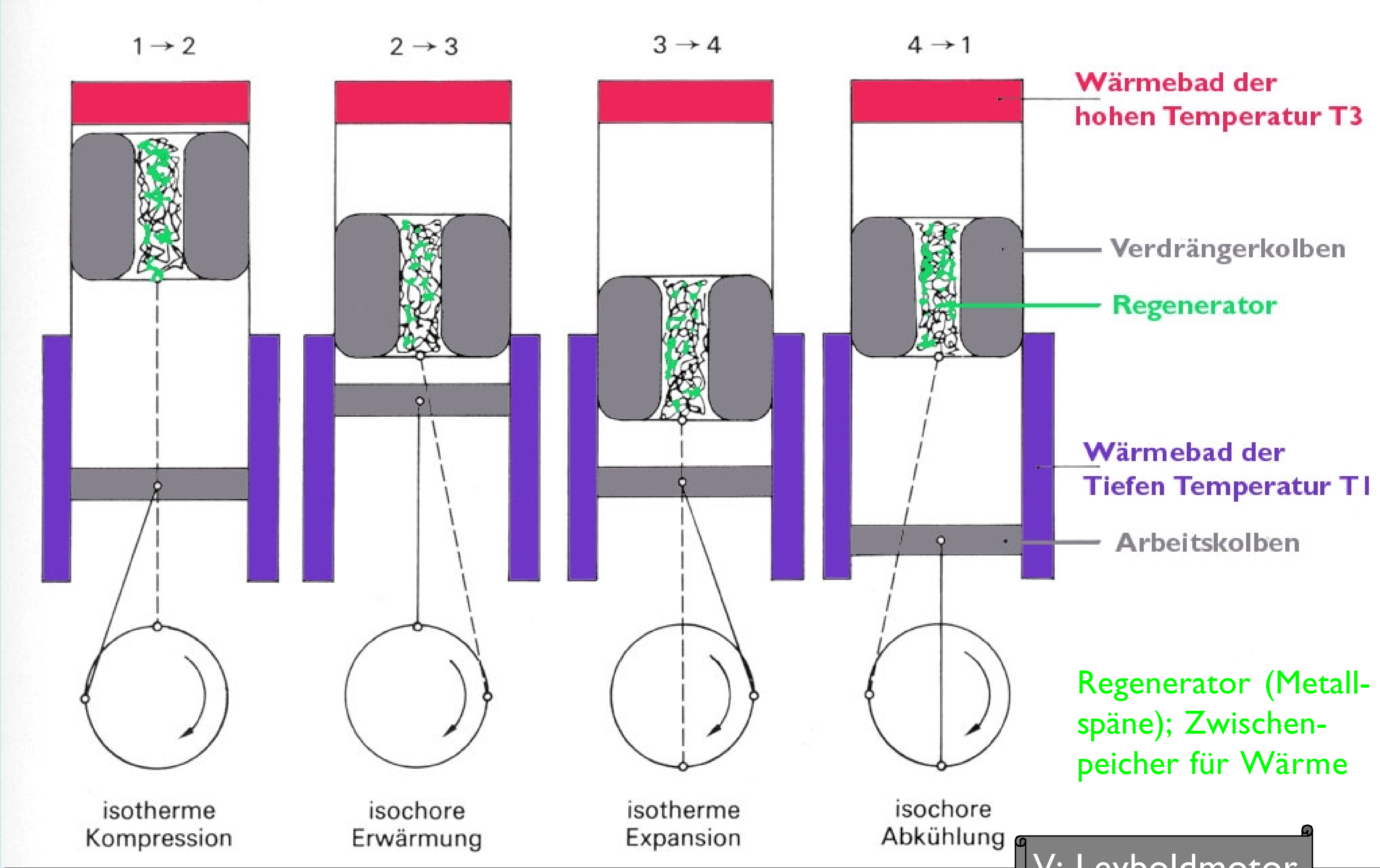
Wirkungsgrad ist gleich dem des Carnot-Prozesses

$$\eta_S = \eta_C = 1 - \frac{T_k}{T_w}$$

Sehr elegantes Prinzip:
lediglich zwei Wärmebäder nötig um Motor zu betreiben

Technische Realisierung:
Zwei um 90° phasenverschobene Kolben; Verdränger- und Arbeitskolben

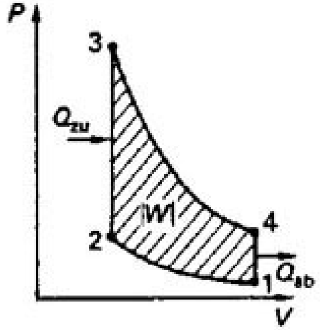
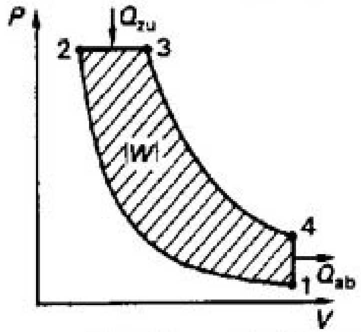
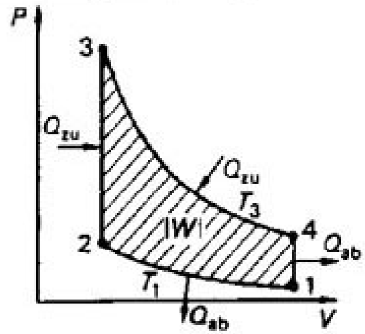
Stirlingmotor



Regenerator (Metall-späne); Zwischen-peicher für Wärme

V: Leyboldmotor

Zusammenfassung: Kreisprozesse

		Bezeichnung	p, V-Diagramm	Einzel-prozesse	thermischer Wirkungsgrad
Kolbenmaschinen	Verbrennungsmotore	Otto-Prozeß		**2 Adiabaten** 2 Isochoren	$\eta_{th} = 1 - \frac{1}{\left(\frac{V_1}{V_2} - 1\right)^{\kappa - 1}}$
		Diesel-Prozeß		**2 Adiabaten** 1 Isochore, 1 Isobare	$\eta_{th} = 1 - \frac{\left(\frac{V_3}{V_2}\right)^{\kappa - 1}}{\kappa\left(\frac{V_3}{V_2} - 1\right)\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa - 1}}$
	Heißluftmotor	Stirling-Prozeß		2 Isothermen, **2 Adiabaten**	$\eta_{th} = 1 - \frac{T_1}{T_3} = \eta_{th,c}$

Reversible und irreversible Prozesse; 2. Hauptsatz

Bislang haben wir die Prozesse immer als reversibel (umkehrbar) betrachtet, d.h. u.a. perfekte Isolation und keine innere oder äußere Reibung.

Streng reversible Prozesse existieren aber in der Praxis nicht!

Bsp.: Chemische Reaktion $2\,H_2 + O_2 \rightarrow 2\,H_2O$

Offensichtlich spielt die Zeitrichtung bei unseren Überlegungen eine Rolle.

Wichtige Konsequenz: Wärme geht nicht von selbst von einem kalten auf einen warmen Körper über.

Reversibilität bzw. Irreversibilität wird nicht durch 1. Hauptsatz erfasst...

2. Hauptsatz der Wärmelehre:
Es gibt keine periodisch arbeitende Maschine, die Wärme aus einer Wärmequelle aufnimmt und vollständig in mechanische Arbeit umwandelt. (Es gibt kein Perpetuum mobile 2. Art)

Benötige Messgröße als Gradmesser der Irreversibilität...

Entropie

Entropieänderung ΔS wird definiert als der Quotient aus der reversibel ausgetauschten Wärmemenge und der Austauschtemperatur *(Clausius 1854)*

$$\Delta S = \frac{Q^{rev}}{T} \left[\frac{\mathrm{J}}{\mathrm{K}}\right]$$

Nur Entropiedifferenzen sind definiert, kein Absolutwert!

$$\Delta S = \int_{T}^{T'} \frac{dQ^{rev}}{\tau}$$

Bei sich ändernder Temperatur

Motivation:

Carnot Prozess

$$\frac{Q_k}{T_k} = -\frac{Q_w}{T_w} \Leftrightarrow \frac{Q_k}{T_k} + \frac{Q_w}{T_w} = 0 = \Delta s_k + \Delta s_w = \Delta S$$

Gesamtprozess verlief also ohne Entropieänderung ! (da vollst. reversibel)

Reversible Prozesse: $\Delta S = 0$

Irreversible Prozesse: $\Delta S > 0$

Die Unordnung nimmt ständig zu...

2. Hauptsatz: $\Delta S \geq 0$

Entropie als Maß für die Unordnung

$\Delta Q = T \cdot \Delta S$ ist gerade die Wärmemenge, die beim irreversiblen Prozess verloren ging.

3.7