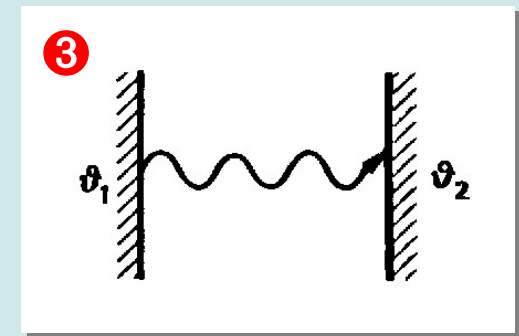
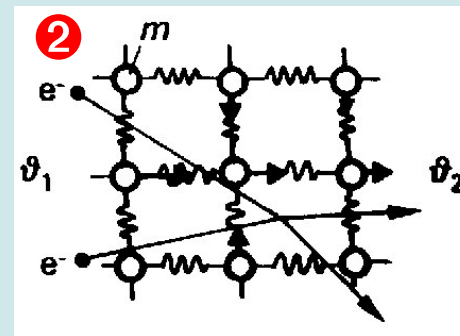
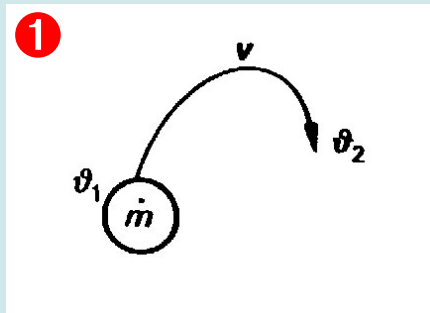


3.8 Wärmeausbreitung

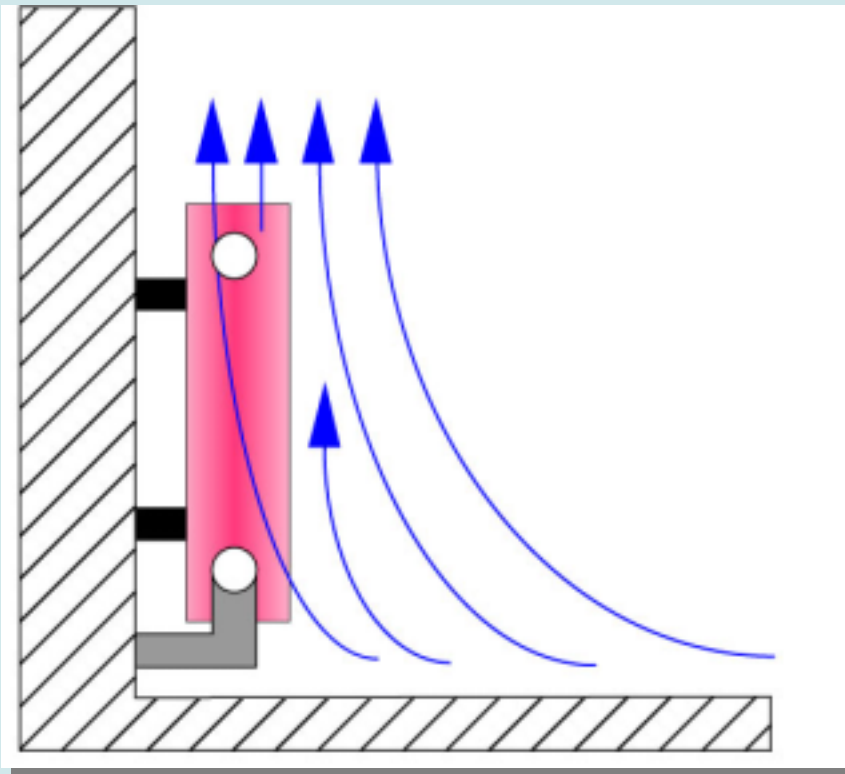
Es gibt drei Möglichkeiten der Energieausbreitung:

- 1 Konvektion:** Strömung des erwärmten Mediums, z.B. in Flüssigkeiten oder Gasen.
- 2 Wärmeleitung:** Ausbreitung von Wärmeenergie innerhalb eines Körpers ... oder bei Berührung von Körpern unterschiedlicher Temperatur → **Wärmeübergang**
- 3 Wärmestrahlung:** Abstrahlung und Absorption von elektromagnetischen Wellen



Konvektion

Quantitativ schwierig, hier nur Bsp. Heizkörper:



Wärmeübergang

Wasser $\xrightarrow{\text{gut}}$ Metall $\xrightarrow{\text{schlecht}}$ Luft

Wärmeleitung

in der Luft nahe dem Heizkörper

$$\rho = \frac{\rho_0}{(1 + \gamma \Delta T)}$$

Dichte nimmt bei Erwärmung ab

→ Luft strömt nach oben

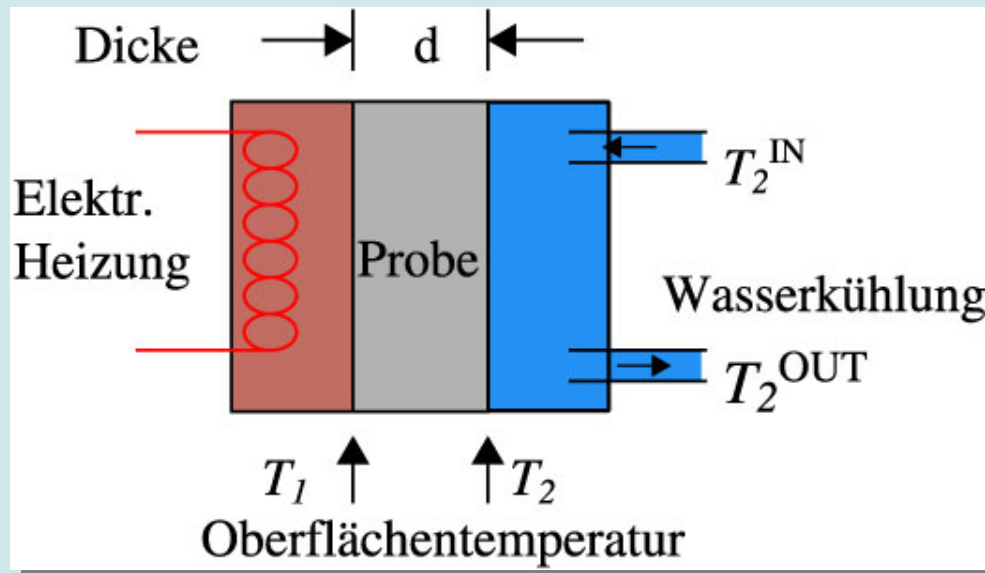
und mit ihr der Staub...

Wärmeausbreitung in dem Raum erfolgt dann über **Konvektion**

Wärmeleitung

Erfahrung: Metall ist ein guter und Holz ein schlechter Wärmeleiter.

Quantitativ? ... sei anhand eines praktischen Messverfahrens erläutert:



Es herrsche Gleichgewicht, d.h. $\Delta T = T_2^{\text{out}} - T_2^{\text{in}} = \text{const}$ d.h. durch das Wasser wird ein konstanter **Wärmestrom** abgeführt:

$$\Phi = \frac{Q}{t} = \frac{c_W \cdot m \cdot \Delta T}{t} \left[\frac{\text{Joule}}{\text{s}} = \text{W} \right]$$

Dieser Wärmestrom wird durch den Probekörper transportiert.

Ist abhängig vom Material & Geometrie des Probekörper sowie von T_1 , T_2 .

Experimentelles Ergebnis:

$$\Phi = \lambda \cdot \frac{A}{d} \cdot (T_2 - T_1)$$

λ : **Wärmeleitfähigkeit** des Probekörpers $[\lambda] = \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}}$

Wärmeleitfähigkeit verschiedener Stoffe

Zahlenwerte	λ [W / mK]
Silber	420
Kupfer	380
Stahl	40-60
Beton	1,3
Ziegel	0,5-0.8
Wasser	0,58
Holz	0,13-0,2
Luft	0,025

hohe Wärmeleitfähigkeit;
gut u.A. bei Kochtöpfen

geringe Wärmeleitfähigkeit;
gut zur Isolation

Im allg. $\lambda = \lambda(T)$

V: Wärmeleitung Gas



Nichtstationär: Temperaturleitfähigkeit

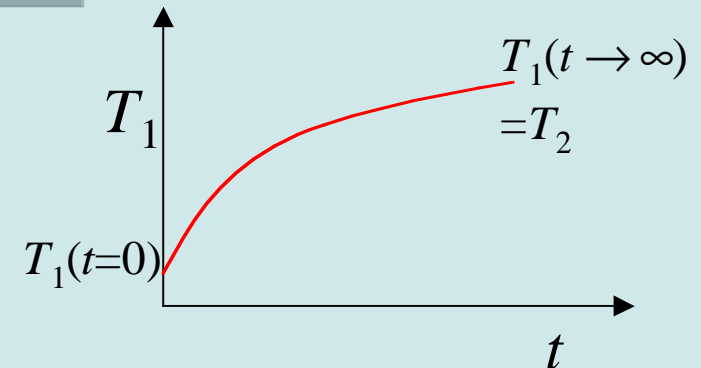
Im obigen stationären Fall herrscht ein konstantes Temperaturgefälle zwischen den beiden Flächen des Probekörpers

→ stationäre Wärmeleitung

nichtstationäre Wärmeleitung:



Charakteristisch für die Geschwindigkeit des Temperatursausgleichs ist die



Temperaturleitfähigkeit

$$a = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p}$$

V: T-Leitfähigkeit Cu-Stab

$$[a] = \frac{[\lambda]}{[\rho] \cdot [c_p]} = \frac{\text{W}}{\text{m K}} \cdot \frac{\text{m}^3}{\text{kg}} \cdot \frac{\text{kg K}}{\text{J}} = \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Blei: $a = 24 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
 Kupfer: $a = 109 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
 Luft: $a = 18 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$

Temperaturunterschiede breiten sich in Gasen trotz der sehr unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten etwa ebenso rasch aus wie in Metallen.

Beispiel: Wärmeverluste durch eine Wand

Eine Hauswand habe eine Fläche von 120 m^2 und eine Dicke von 40 cm . Die Temperatur an der Innenfläche betrage $13 \text{ }^\circ\text{C}$ und an der Außenwand $5 \text{ }^\circ\text{C}$. Welche Wärmeverluste treten auf ?
(\equiv Heizleistung für konstante Temperatur)

$$\Phi = \frac{Q}{t} = \frac{\lambda(\text{Ziegel}) \cdot A \cdot \Delta T}{d} = \frac{0.5 \cdot 120 \cdot 8}{0.4} \left[\frac{\text{W m}^2 \text{ K}}{\text{m K m}} \right] = 1.2 \text{ kW}$$

Beachte: Wandtemperaturen sind nicht mit Zimmer- bzw. Außentemperaturen zu verwechseln!

Wärmeübergang

Luft, Wasser, usw., die mit einer festen Wand in Berührung stehen, geben **Wärme an deren Oberfläche A** ab oder empfangen Wärme von ihr.

Beschreibung ähnlich zur Wärmeleitung: $\Phi = \frac{Q}{t} = \lambda \cdot \frac{A}{d} \cdot (T_2 - T_1)$

Übergehende Wärmeenergie:

$$Q = \alpha \cdot A \cdot t \cdot (T_2 - T_1)$$

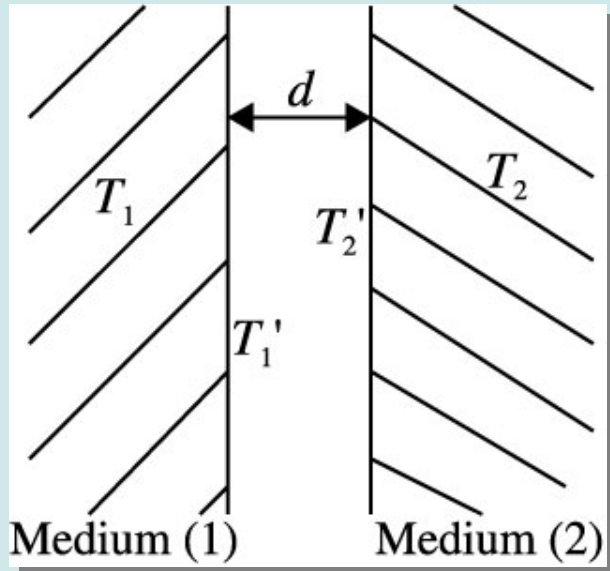
α : **Wärmeübergangskoeffizient** $[\alpha] = \frac{[Q]}{[A] \cdot [t] \cdot [\Delta T]} = \frac{\text{J}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}} = \frac{\text{Ws}}{\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K}} = \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \cdot \text{K}}$

Abhängig von vielen Details: Eigenschaften der Oberfläche, Art der Strömung, etc. → Tabellenwerte zur Orientierung

	α [W/(m ² K)]
ruhiges Wasser an Wände und Rohre	350-560
turbulent strömendes Wasser in Röhren	2300-4700
Luftströmung ($v < 5$ m/s) an glatten Oberflächen und Mauerwerken	$6+4\sqrt{v(\text{m/s})}$

Wärmedurchgang

Betrachte nun zwei Medien (z.B. Luft), die durch eine Wand getrennt sind:



a) Wärmeübergang von Medium 1 an die linke Fläche:

$$Q = \alpha_1 \cdot A \cdot t \cdot (T_1 - T_1')$$

b) Dieselbe Wärmemenge wird durch die Wand geleitet:

$$Q = (\lambda/d) \cdot A \cdot t \cdot (T_1' - T_2')$$

c) Q geht schließlich von der rechten Fläche in das Medium 2 über:

$$Q = \alpha_2 \cdot A \cdot t \cdot (T_2' - T_2)$$

Im stationären Fall sind alle Wärmeströme gleich, sonst „Wärmestau“:

$$a) \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha_1} = \frac{A \cdot t}{Q} (T_1 - T_1') \quad b) \Leftrightarrow \frac{d}{\lambda} = \frac{A \cdot t}{Q} (T_1' - T_2') \quad c) \Leftrightarrow \frac{1}{\alpha_2} = \frac{A \cdot t}{Q} (T_2' - T_2)$$

$$a) + b) + c) \quad \frac{1}{\alpha_1} + \frac{d}{\lambda} + \frac{1}{\alpha_2} = \frac{A \cdot t}{Q} (T_1 - \cancel{T_1'} + \cancel{T_1'} - \cancel{T_2'} + \cancel{T_2'} - T_2)$$

Wärmedurchgang (2)

$$\Leftrightarrow \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d}{\lambda} = \frac{A \cdot t}{Q} (T_1 - T_2)$$

$$\Leftrightarrow Q = k \cdot A \cdot t \cdot (T_1 - T_2) \quad \text{mit} \quad \frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \frac{d}{\lambda} \quad [k] = [\alpha] = \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$$

k ist der **Wärmedurchgangskoeffizient** der betr. Kombination

n-schichtige Wände:
$$\frac{1}{k} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2} + \sum_i \frac{d_i}{\lambda_i}$$

Interpretation:

Man kann $\frac{1}{\alpha_1}$, $\frac{1}{\alpha_2}$, $\frac{d_i}{\lambda_i}$ als Wärmedurchlasswiderstände auffassen;

Gesamtwiderstand ($1/k$) dann die Summe der Einzelwiderstände

Tabelle: Wärmedurchgangskoeffizienten

Wärmedurchgangskoeffizienten k in $\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$

Material	Dicke (cm)		
	9	19	24
Vollziegel	2.56	1.94	1.73
Klinker	2.73		1.99
Kalksandstein (Lochsteine)	2.24	1.88	1.62
Gasbeton (800 kg/m^3)	1.77	1.41	1.15
Einfachfenster	5.8		
Doppelfenster	2.7		

Zusammenfassung

(1) Stationäre Wärmeleitung durch ein Material

→ **Wärmeleitfähigkeit** λ [W/mK]

(2) Temperaturleitfähigkeit eines Materials (nichtstationär)

→ **T-Leitfähigkeitskoeffizient** a [m²/s]

(3) Wärmeübergang Luft/Wasser ↔ feste Oberfläche

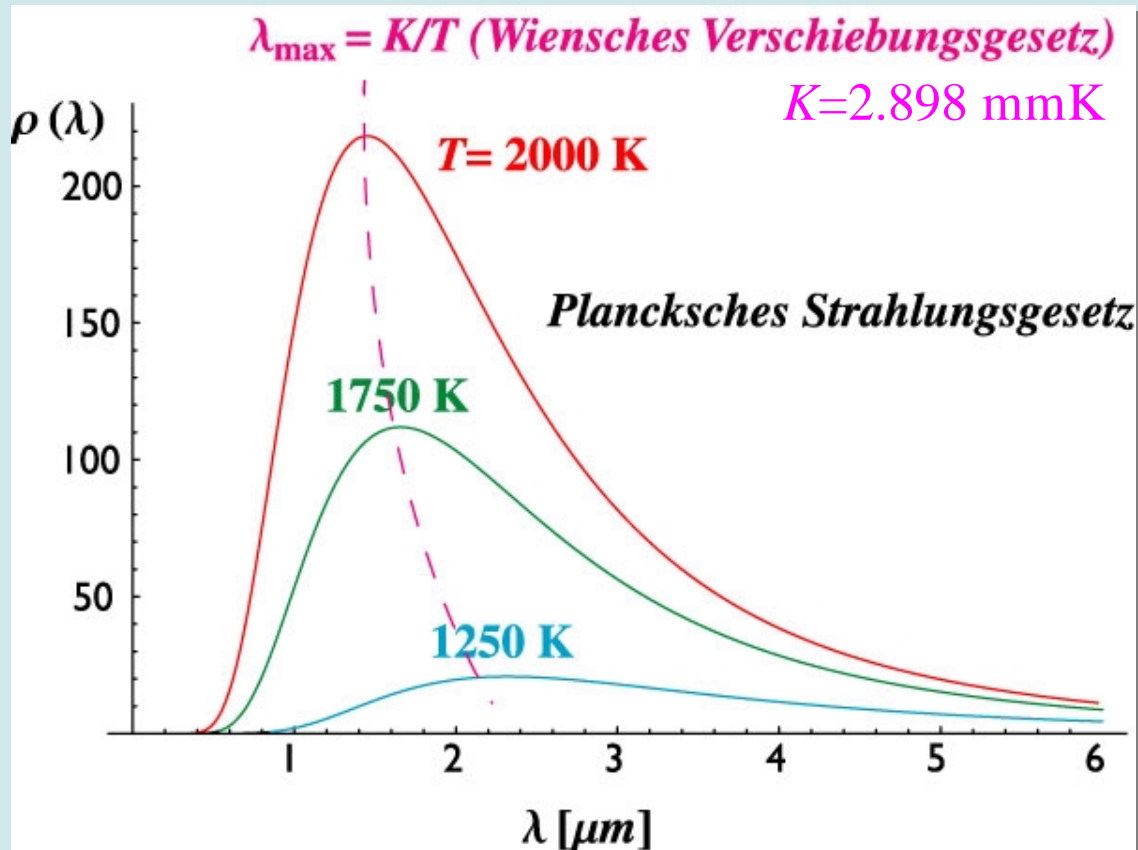
→ **Wärmeübergangskoeffizient** α [W/m²K]

(4) Wärmedurchgang, z.B. Luft↔Wand↔Luft (*Kombination aus 1 und 3*)

→ **Wärmedurchgangskoeffizient** k [W/m²K]

Wärmestrahlung

Jeder Körper mit $T > 0$ K sendet elektromagnetische Strahlung aus. Hierbei wird Energie in oszillierenden elektrischen und magnetischen Felder transportiert (Maxwell). Alternative Beschreibung durch Photonen (Welle-Teilchen Dualismus). Transport geschieht mit Lichtgeschwindigkeit. Die Strahlung erfolgt in einem kontinuierlichen Frequenzspektrum:



$$\rho(\lambda, T) = \frac{8\pi hc}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left\{\frac{hc}{\lambda k_B T}\right\} - 1}$$

Abgestrahlte Leistung wächst mit der vierten Potenz der Temperatur !

$$\Phi = \sigma A T^4 \quad \text{Stefan-Boltzmann Gesetz}$$

$$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$$

A: Fläche des Körpers

Spektrum der elektromagnetischen Wellen

Wellenlänge	Art der Strahlung		Anwendung
10 km ... 1 km	Technische Hochfrequenz	lange Wellen	Rundfunk und Telegrafie
1 km ... 100 m		Mittelwellen	
100 m ... 10 m		Kurzwellen	
10 m ... 1 m		Ultrakurzwellen	
1 m ... 10 cm		Mikrowellen	
10 cm ... 1 cm	Infrarot	Wärmestrahlen	Medizin Infrarotfotografie
1 cm ... 1 mm			
1 mm ... 100 μm			
100 μm ... 10 μm 10 μm ... 780 nm	Ultrarot		
780 nm ... 380 nm	sichtbare Strahlung	Licht	Beleuchtungstechnik Laser
380 nm ... 10 nm	Ultraviolett		Höhensonne
10 nm ... 1 pm	Röntgenstrahlen		Medizin Materialprüfung Dichtemessung Füllstandsmessung
1 pm ... 10 fm	Gammastrahlen		

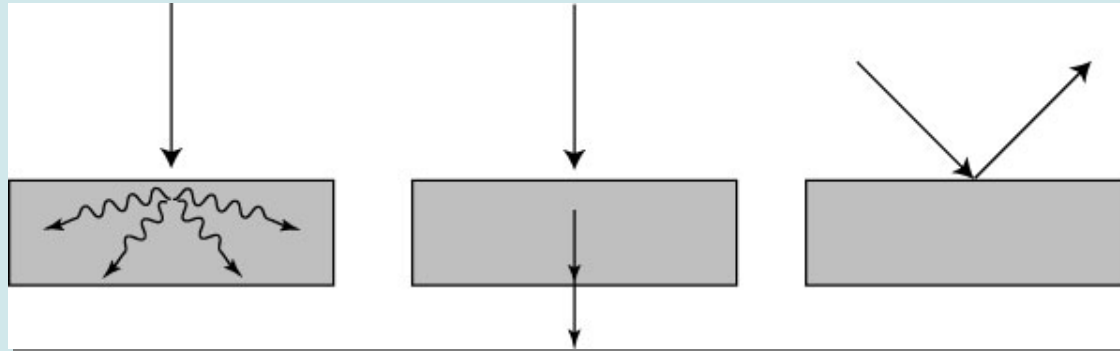
Wechselwirkung mit Materie

Beim Auftreffen auf einen Stoff sind folgende Prozesse möglich:

Absorption

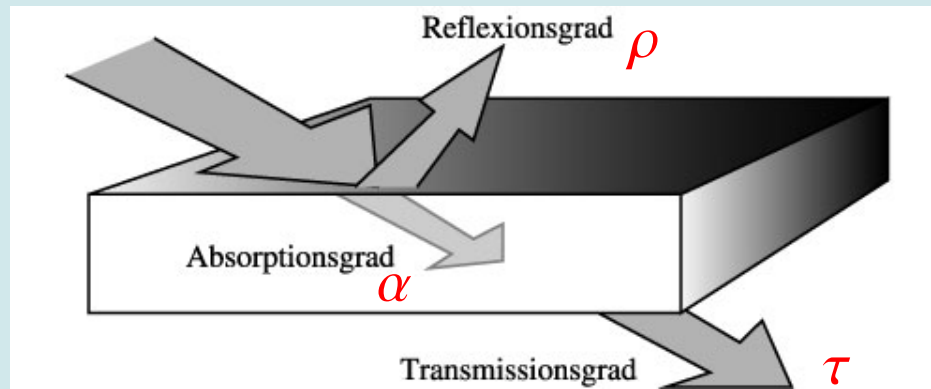
Transmission

Reflexion



Prozesse treten nicht alternativ, sondern i.allg. gleichzeitig auf

$\alpha(\lambda)=1$:
schwarzer Körper
nicht vollständig
realisierbar



$\rho(\lambda)=1$:
idealer Spiegel

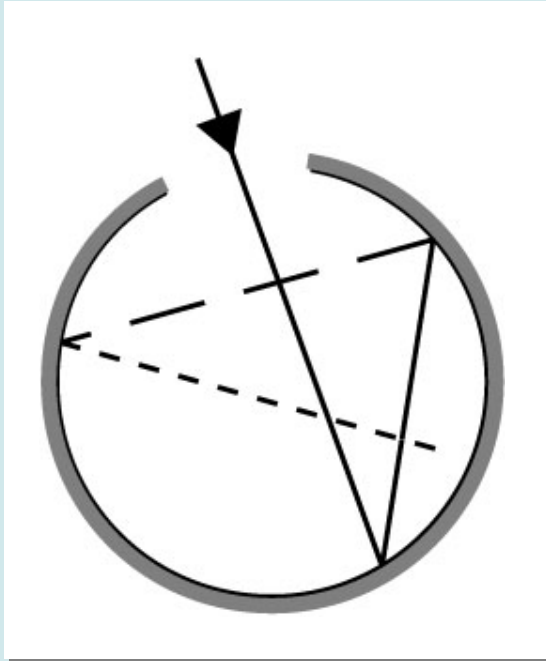
$\tau(\lambda)=0$:
lichtundurchlässig

$\alpha + \tau + \rho = 1$
Erhaltung der
Gesamtintensität

Werte beziehen sich jeweils auf das Verhältnis der Leistungen

Schwarzer Strahler

Realisierung von Schwarzen Körpern: geschwärzter Hohlraum



Jede Reflexion vermindert die Intensität um 95 %...

Absorption α und Emission ε sind stark gekoppelt; je besser der Körper Strahlung absorbiert, umso besser emittiert er auch.

Kirchhoffsches Gesetz: $P = \varepsilon \cdot P_s$

P : abgestrahlte Leistung; ε : Emissionsvermögen

P_s : abgestrahlte Leistung eines schwarzen Körpers

Bei Berücksichtigung der Umgebungstemperatur:

$$P = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot (T_1^4 - T_2^4)$$

V: Leslie-Würfel

Spiegel \approx Messing

weiß \approx schwarz

(Bei diesen niedrigen

Temperaturen ist $\varepsilon \sim$ gleich.)

Bolometer werden zur Messung der gesamten Wärmestrahlung verwendet:

Prinzip: Erwärmung eines geschwärzten Platinblechs wird über die Änderung des elektrischen Widerstands gemessen.

Strahlungsemission

Der Emissionsgrad ε ist Abhängig vom Material:

Al: $\varepsilon=0.05$; Ag: $\varepsilon=0.02-0.04$; Wolfram: $\varepsilon=0.3$; Ziegelstein: $\varepsilon=0.93$

Bsp: Der Draht einer 60 W-Glühlampe hat einen Durchmesser von 0.1 mm, eine Windung einen von 1 mm und insgesamt 150 Windungen.

Wie heiß wird die Wolframwendel? Wolfram ist kein schwarzer Körper!

$$\left. \begin{array}{l} \text{Kirchhoffsches Gesetz: } P = \varepsilon \cdot P_s \\ \text{Stefan-Boltzmann Gesetz: } P_s = \sigma \cdot A \cdot T^4 \end{array} \right\} P = \varepsilon \cdot \sigma \cdot A \cdot T^4 = P_{\text{elektr}} \Leftrightarrow T = \left(\frac{P_{\text{elektr}}}{\varepsilon \cdot \sigma \cdot A} \right)^{1/4}$$

Oberfläche des Drahts: $F = l \cdot \pi \cdot D = 150 \text{ mm} \cdot \pi \cdot 0.1 \text{ mm} = 47 \text{ mm}^2 = 47 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$

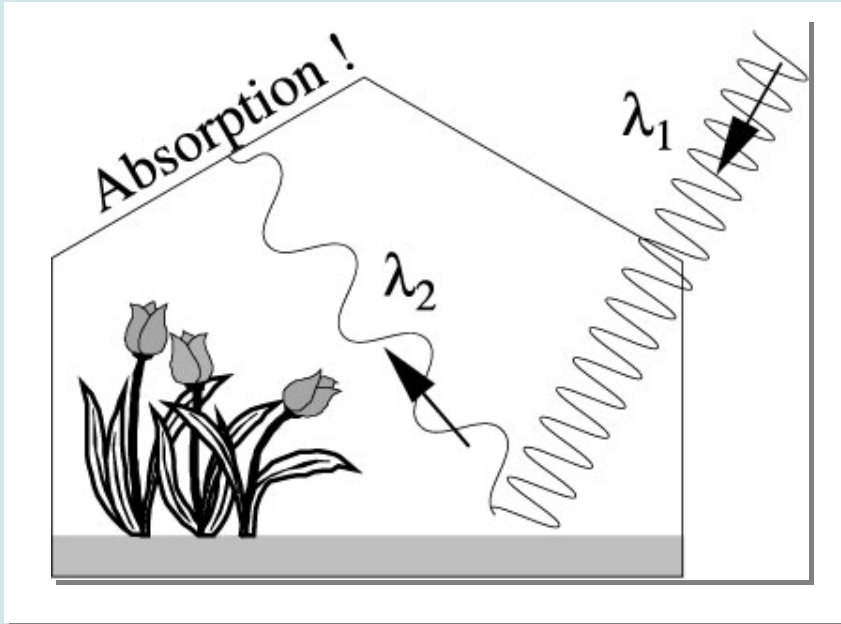
Damit erhält man:

$$T = \left(\frac{60}{0.3 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot 47 \cdot 10^{-6}} \frac{\text{Wm}^2 \text{K}^4}{\text{Wm}^2} \right)^{1/4} = 2940 \text{ K}$$

Die meiste Strahlung wird als Wärme emittiert:

Wiensches Verschiebungsgesetz: $\lambda_{\text{max}} = \frac{K}{T} = \frac{2.9 \text{ mmK}}{2940 \text{ K}} = 990 \text{ nm}$

Treibhauseffekt



In einer Gärtnerei bzw. auch auf der Erde:

$$\lambda_2 > \lambda_1$$

Die emittierte (rote und IR) Strahlung kann nicht durch das Glasdach bzw. durch die CO_2 Schicht entweichen.
Folge: **Aufheizung**

Konsequenz aus der Wellenlängenabhängigkeit von α, τ, ρ
(Absorptions-, Transmissions-, Reflexionsgrad)

Kap. 4

